

2.3 确定圆的条件

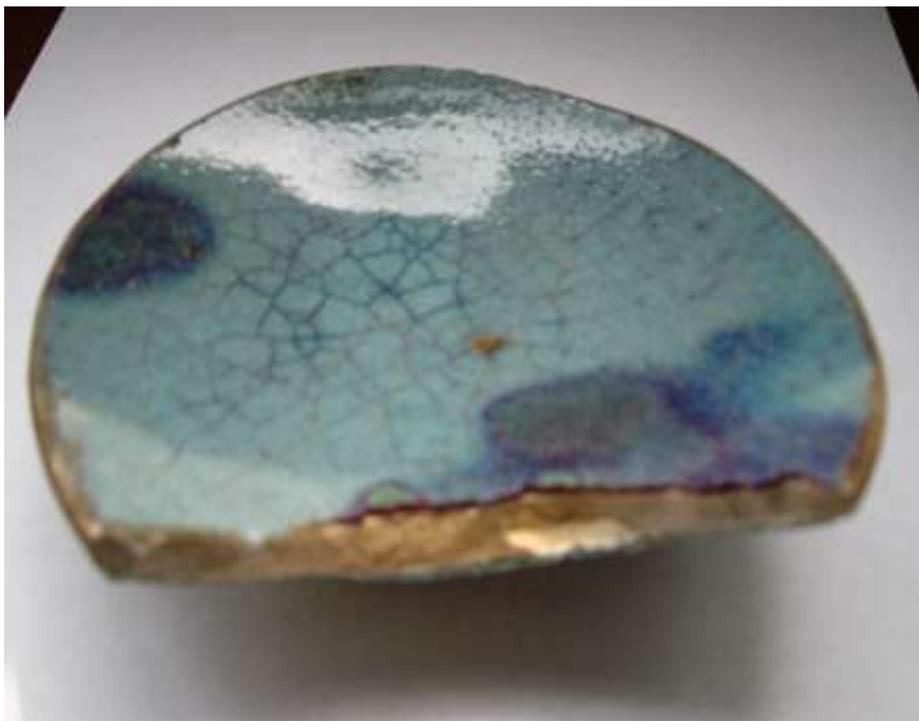


梁丰初中 徐海燕

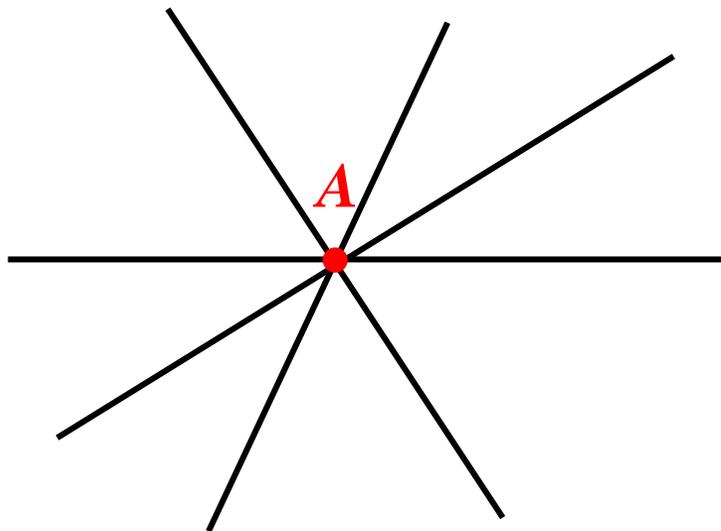
2023.11.16

一石激起千层浪

一位考古学家在长沙马王堆汉墓挖掘时，发现一些圆形瓷器碎片，你能帮助这位考古学家画出这些碎片所在的整圆，以便于进行深入研究吗？



回顾1: (1)过一点可以作几条直线?



无数条

(2)过两点可以作几条直线?

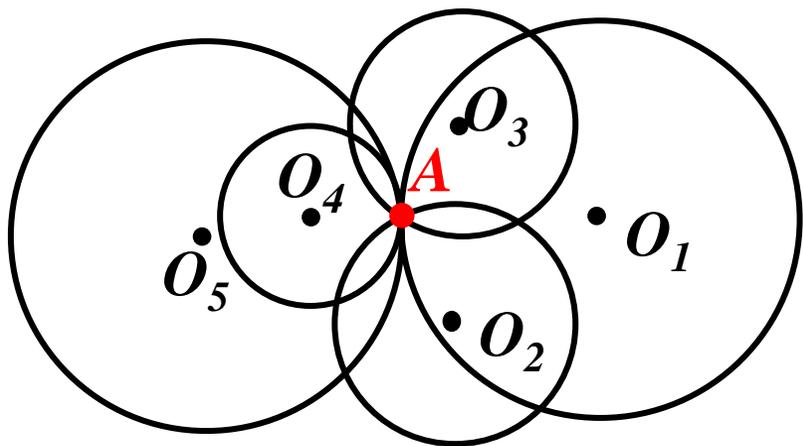


有且只有一条【两点确定一条直线】

探究1：经过一点A作圆.

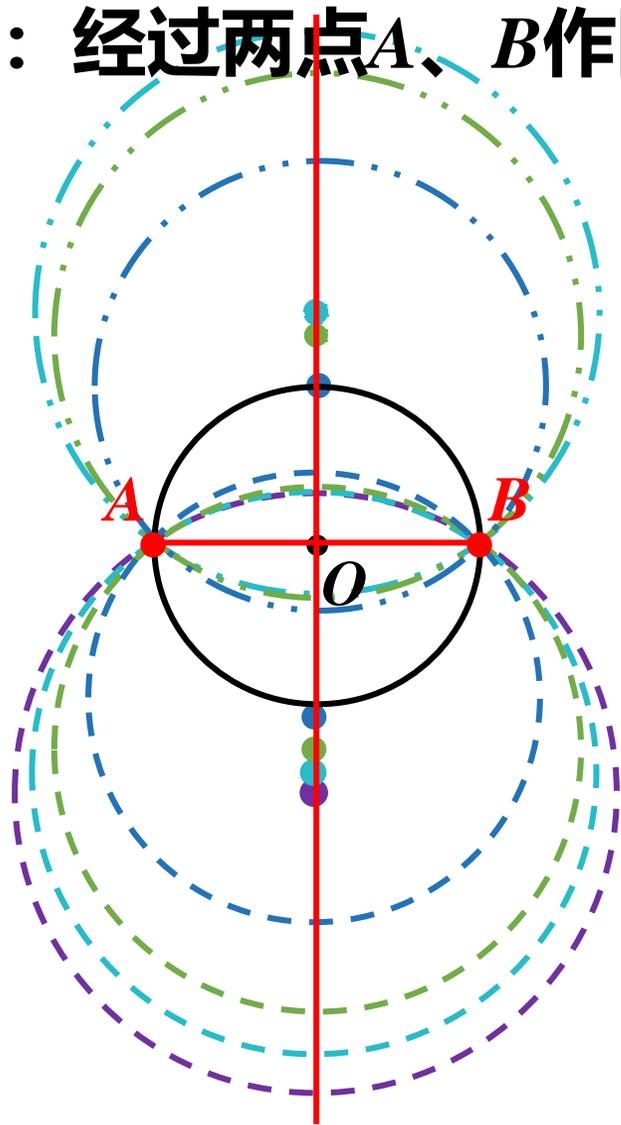


探究1：经过一点A作圆.



结论1：过一点可以作无数个圆.

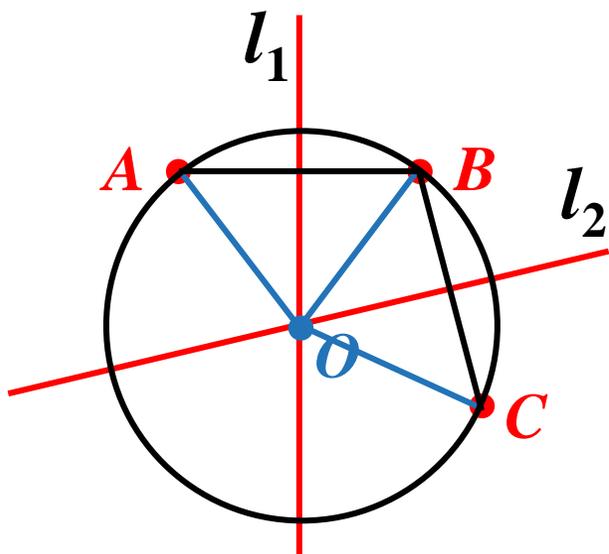
探究2：经过两点A、B作圆



结论2：过两点可以作无数个圆.

探究3：经过三点A、B、C作圆

(1)若 A 、 B 、 C 三点不共线



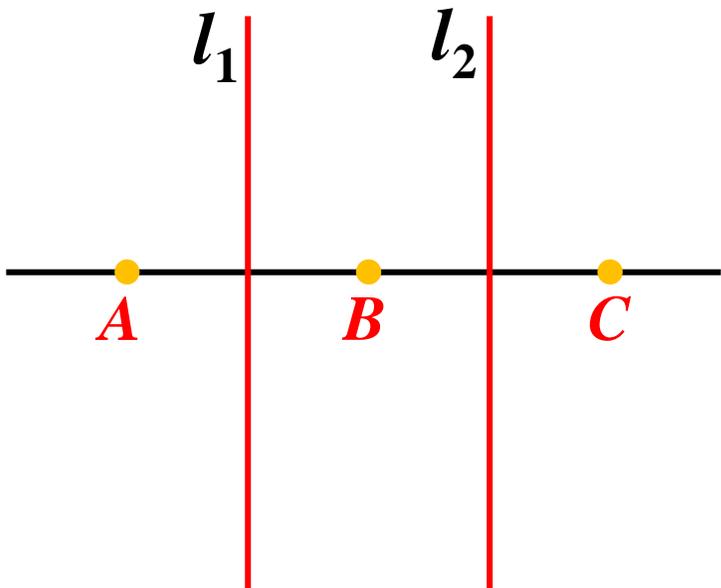
又 $\because l_1$ 与 l_2 相交, 只有一个交点,

\therefore 经过 A 、 B 、 C 三点的圆有且只有1个.

结论3:

(1)不在同一条直线上的三点确定一个圆,
圆心是线段 AB 、 BC 的垂直平分线的交点.

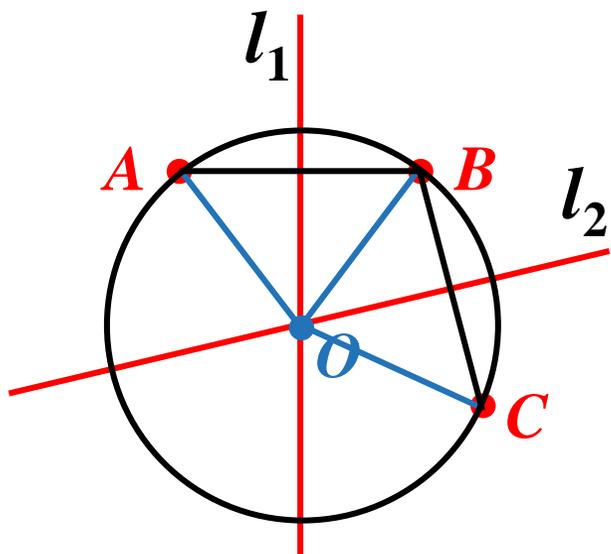
(2)若 A 、 B 、 C 三点共线



结论3:

(2)在同一条直线上的三点不能作圆.

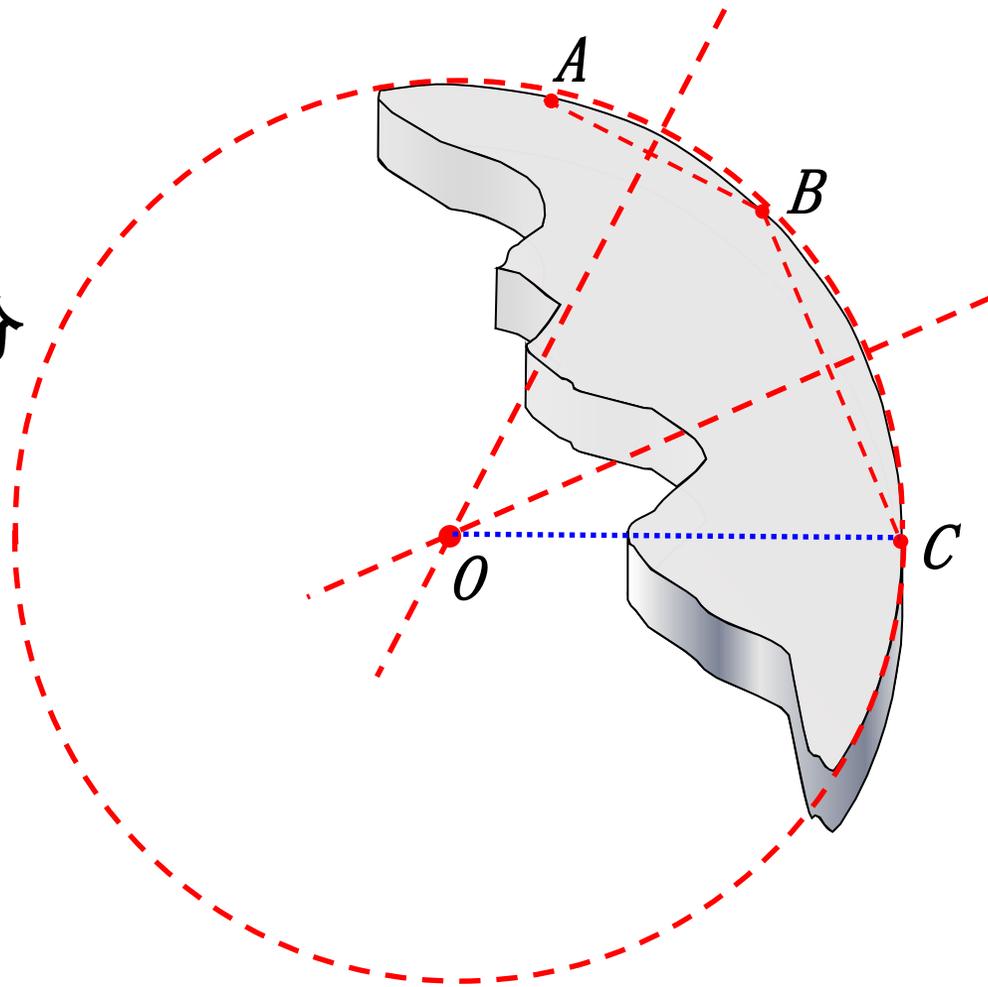
不在同一条直线上的三点确定一个圆.



例1 请将如图所示的破损圆瓷片复原.

作法:

1. 在圆弧上任取三点 A 、 B 、 C .
2. 分别作线段 AB 、 BC 的垂直平分线, 其交点 O 即为圆心.
3. 以点 O 为圆心, OC 长为半径作圆. $\odot O$ 即为所求.



不以规矩，不能成方圆。

出处

《孟子·离娄上》

注释

规：圆规。 矩：曲尺。

简析

不用圆规和曲尺，就不能使方形和圆形符合标准。
比喻做事要遵循一定的法则。后指对人的严格要求。

有一种美，叫造物的“规矩”。

有一种美，叫人生的“规矩”。

方圆规矩，是非曲直，无规矩，不中国！

例2 在直角坐标系中，已知点 $A(0, 4)$ 、 $B(6, 2)$ ，若点 $C(3, 3)$ ，试判断点 A 、 B 、 C 三点是否可以确定一个圆，并说明理由.

解：设 $y_{AB} = kx + b$ 过点 $A(0, 4)$ 、 $B(6, 2)$

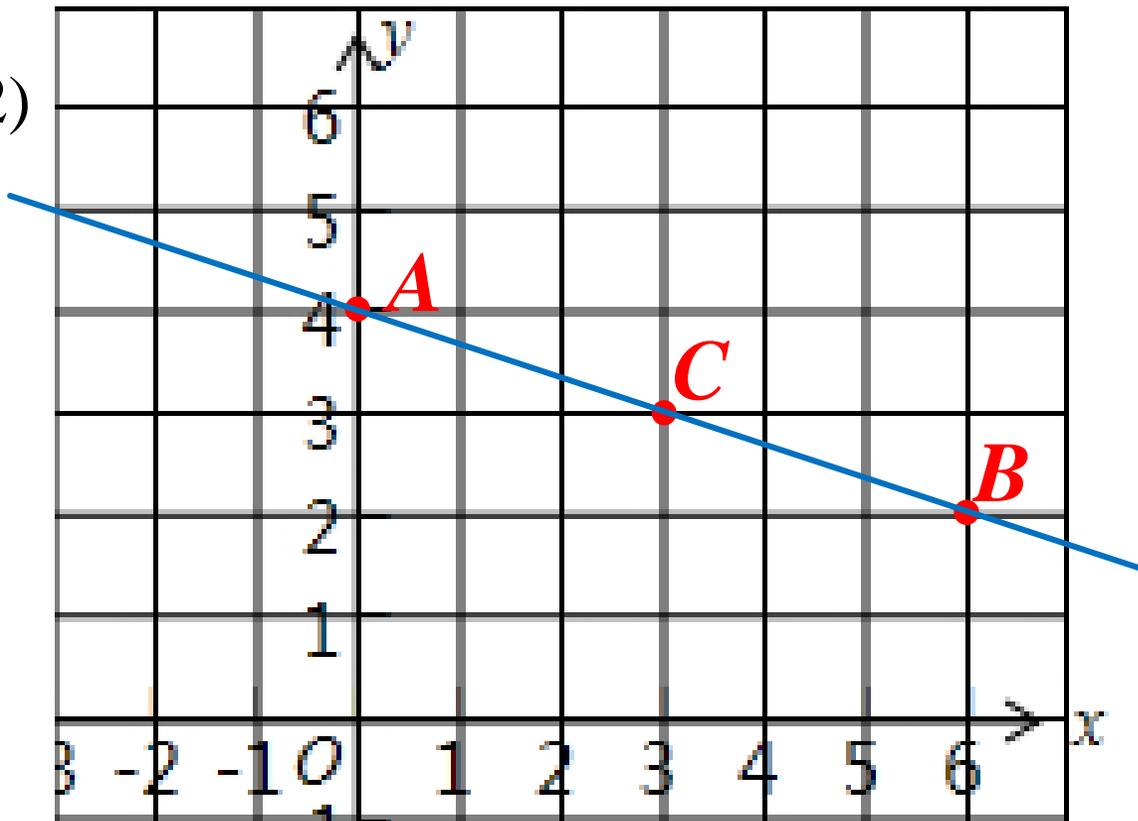
$$\therefore \begin{cases} b = 4 \\ 6k + b = 2 \end{cases} \quad \therefore k = -\frac{1}{3}$$

$$\therefore y = -\frac{1}{3}x + 4$$

$$\therefore \text{当 } x = 3 \text{ 时, } y = -\frac{1}{3} \times 3 + 4 = 3$$

\therefore 点 C 在直线 AB 上

\therefore 三点 A 、 B 、 C 不能确定一个圆.



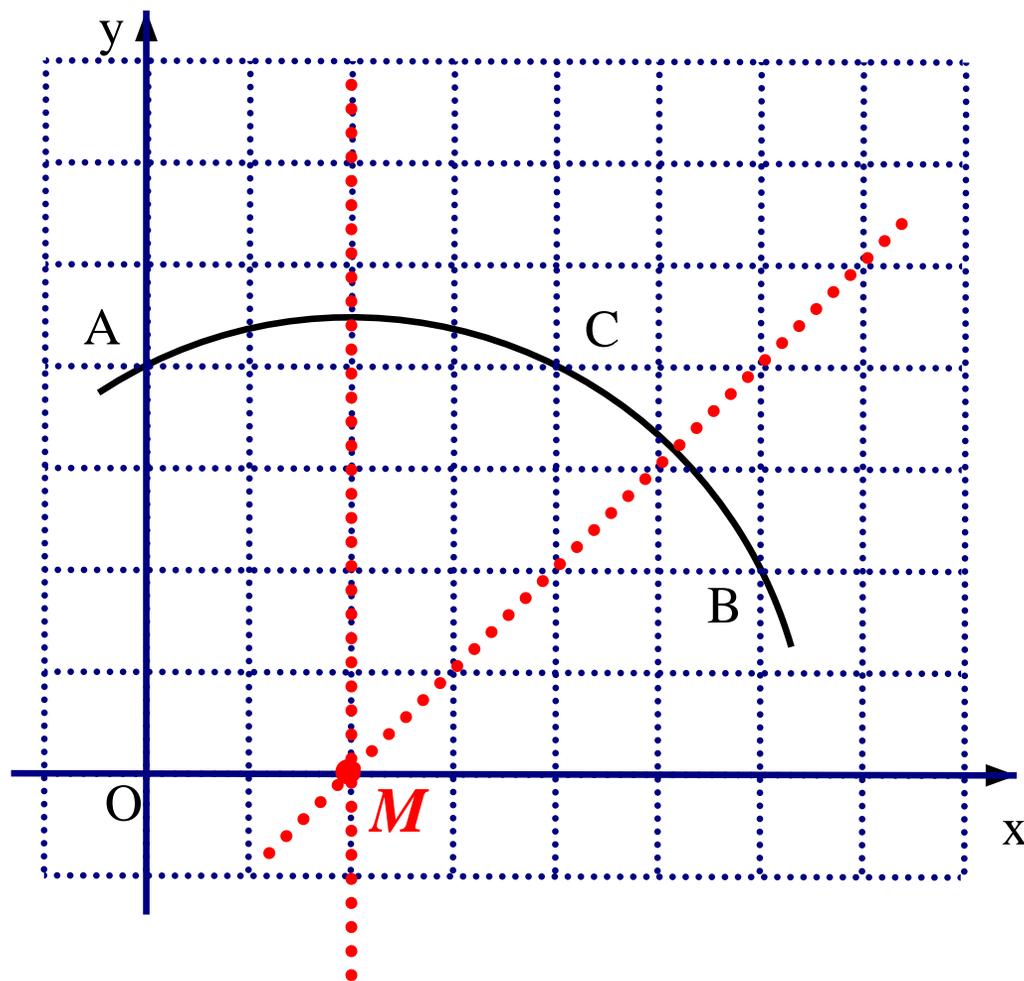
例2. 在直角坐标系中，已知点A (0, 4)、B (6, 2)，若点C (3, 3)，试判断点A、B、C三点是否可以确定一个圆，并说明理由.

$$\therefore y_{AB} = -\frac{1}{3}x + 4$$

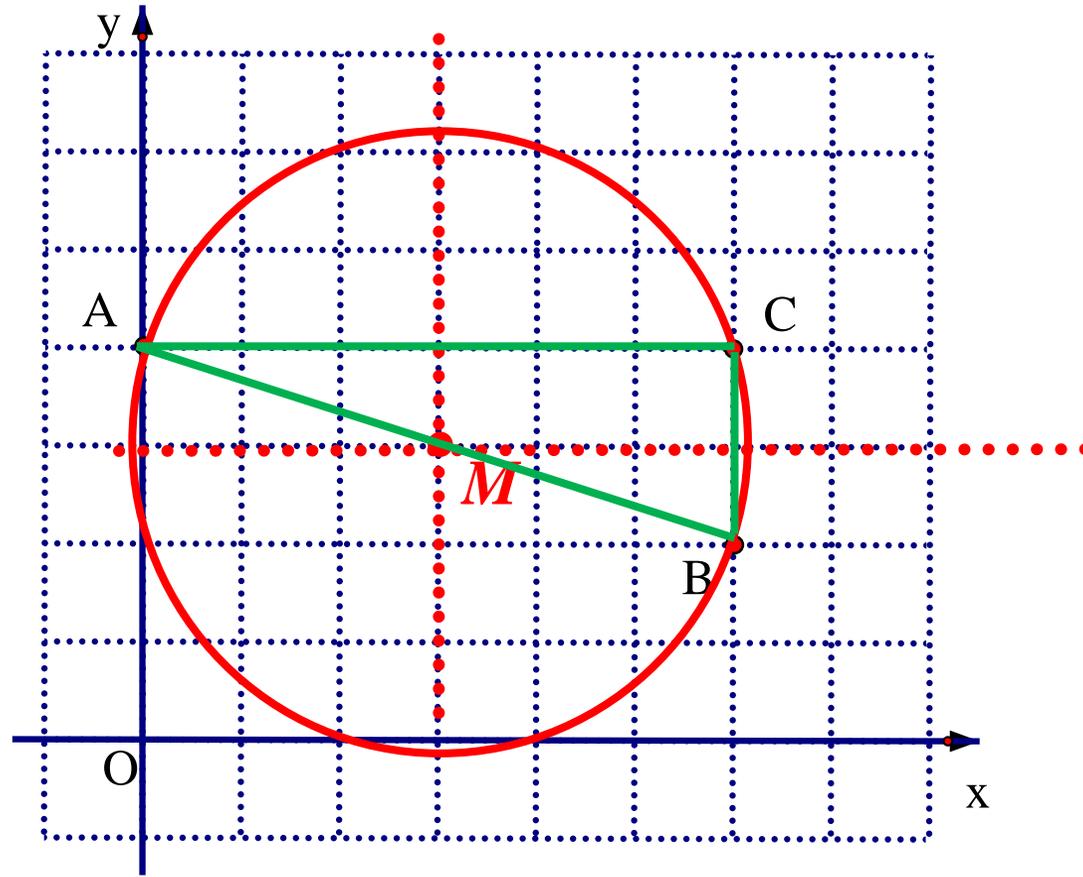
变式1 在直角坐标系中，已知点A (0, 4)、B (6, 2)，若点C(m, n)，点A、B、C三点可以确定一个圆，试探究m与n的数量关系.

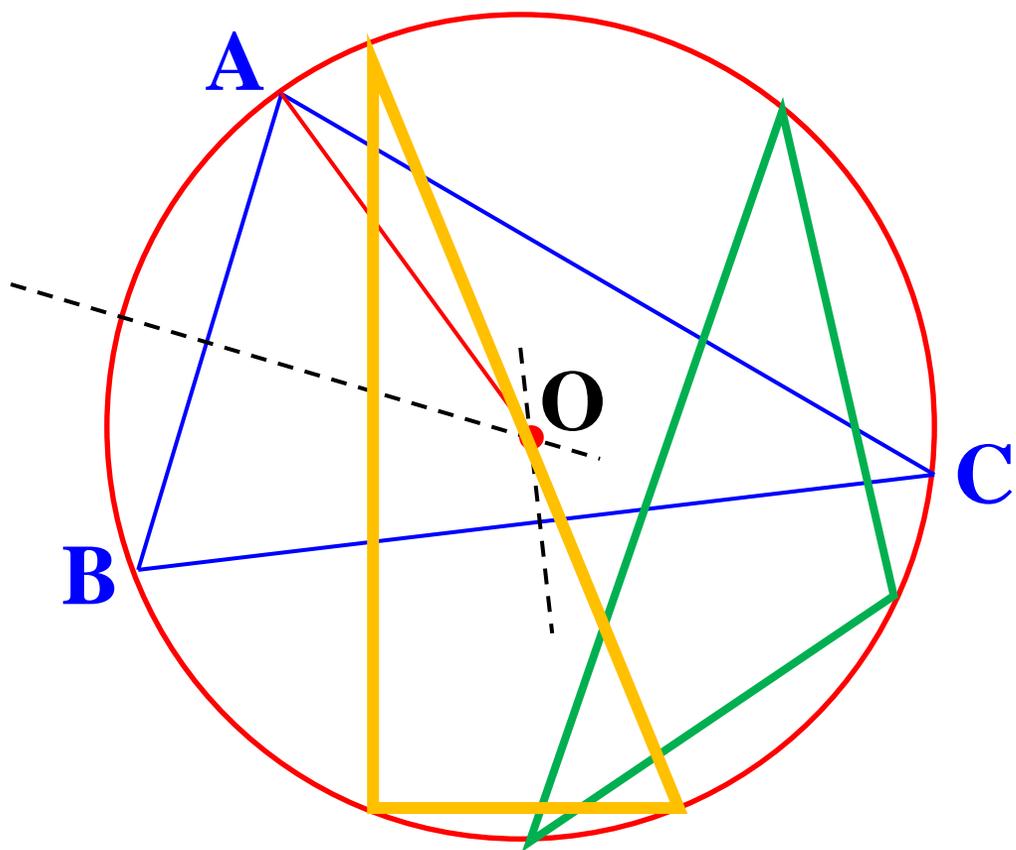
$$n \neq -\frac{1}{3}m + 4$$

变式2 在直角坐标系中，已知点 $A(0, 4)$ 、 $B(6, 2)$ ，
若点 $C(4, 4)$ ，则经过三点 A 、 B 、 C 的圆的圆心 M 的坐标为
· $M(2, 0)$



变式3 如图，已知直角坐标系中， $A(0, 4)$ 、 $B(6, 2)$ ，若点 $C(6, 4)$ ，请画出经过 A 、 B 、 C 三点的圆。





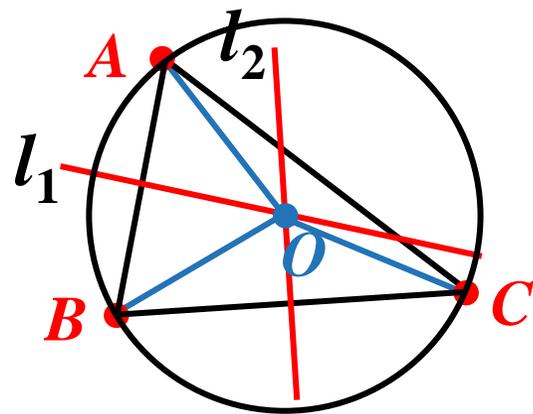
三角形的三个顶点确定一个圆，
这个圆叫做三角形的外接圆，外接圆
的圆心叫做三角形的外心，
这个三角形叫做圆的内接三角形。

一个三角形的外接圆有且只有1个，

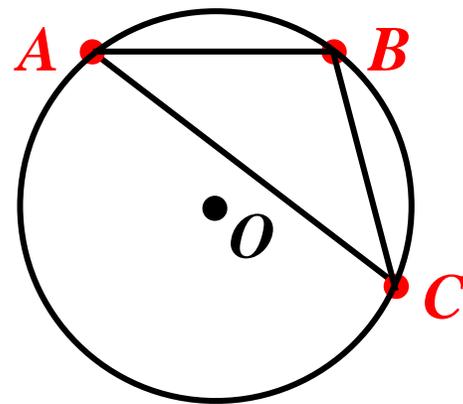
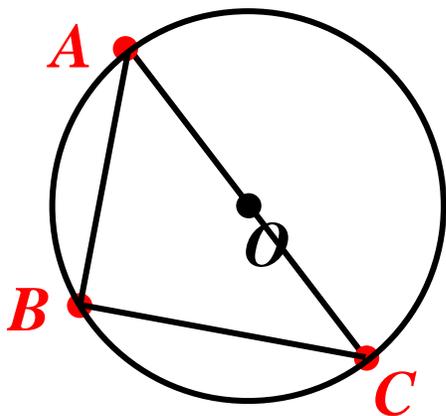
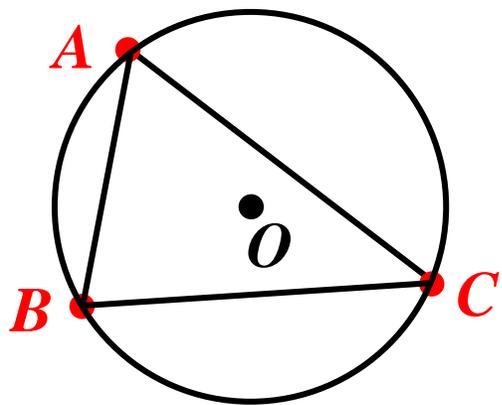
一个圆的内接三角形有无数个。

进一步解读三角形的外心

三角形的外心	
定义	三角形外接圆的圆心
作图	三角形三边垂直平分线的交点
性质	到三角形三个顶点的距离相等



注意：外心到三角形三个顶点的距离相等，不是到三边的距离相等。

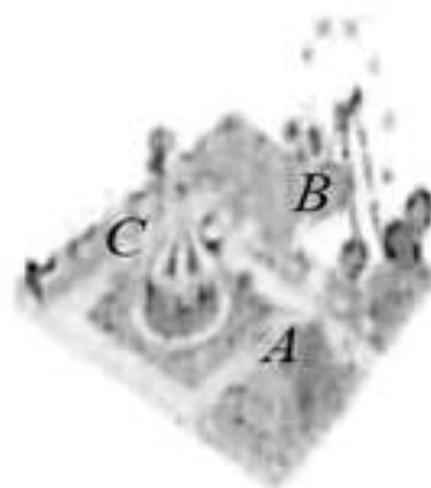


三角形的外心的位置:

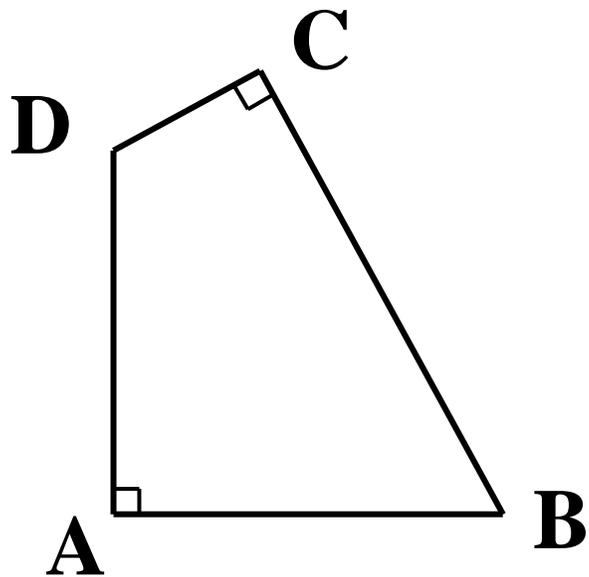
- 1) **锐角**三角形的外心在三角形**内**;
- 2) **直角**三角形的外心位于直角三角形**斜边中点**,
且外接圆的半径等于**斜边长的一半**;
- 3) **钝角**三角形的外心在三角形**外**.

练习：公园的 A ， B ， C 处分别有海盗船、摩天轮、旋转木马三个娱乐项目，现要在公园内一个售票中心，使三个娱乐项目所处位置到售票中心的距离相等，则售票中心应建立在（ D ）

- A. $\triangle ABC$ 三边高线的交点处
- B. $\triangle ABC$ 三角角平分线的交点处
- C. $\triangle ABC$ 三边中线的交点处
- D. $\triangle ABC$ 三边垂直平分线的交点处



如图，在四边形ABCD中， $\angle A = \angle C = 90^\circ$ ，经过A、B、D三点作圆O，检验点C是否在圆O上，并说明理由。



平面内任意四个点 A, B, C, D 是否可以确定一个圆, 如果可以, 由这四个点确定的图形应该满足怎样的条件?

1. 知识

2. 方法

3. 思想